УДК 62.51.4 **DOI 10.21685/2307-4205-2018-4-1**

С. Н. Волков, В. Д. Бабишин, Н. С. Кулиш, Е. В. Юркевич, Д. М. Кривопалов

ПРЯМОЙ МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НАДЕЖНОСТЬЮ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ЭТАПЕ РАЗРАБОТКИ В УСЛОВИЯХ ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ

S. N. Volkov, V. D. Babishin, N. S. Kulish, E. V. Yurkevich, D. M. Krivopalov

DIRECT METHOD OF OPTIMAL CONTROL OF THE RELIABILITY OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS AT THE STAGE OF DEVELOPMENT IN THE CONDITIONS OF DYNAMIC LOADING

Аннотация. Рассматривается проблема оптимизации испытаний сложных технических систем (СТС) в условиях динамического нагружения при сохранении требуемой точности определения параметров данной СТС. Построена модель выбора требований к техническим характеристикам СТС в соответствии с заданной надежностью этих систем, базирующаяся на использовании прямых методов оптимального управления в условиях динамического нагружения на этапе разработки. Для устойчивого решения данной задачи предложен прямой модифицированный градиентный метод ускоренного спуска, сочетающий в себе метод наискорейшего спуска с использованием метода ускоренного перебора. Данный метод в отличие от существующих градиентных методов позволяет существенно сократить количество наземных испытаний СТС и их стоимость за счет использования метода ускоренного перебора, при сохранении требуемой точности определения параметров СТС. Кроме того, за счет введения параметров регуляризации повышается устойчивость решения данной задачи.

Ключевые слова: надежность сложных технических систем; методы оптимального управления; наземные испытания; снижение стоимости; математические модели устойчивого решения.

Abstract. The article discusses the problem of optimization of complex technical system (CTS) tests under conditions of dynamic loading while maintaining the required accuracy of determining the parameters of this CTS. A model for selecting CTS performance specifications is constructed in accordance with the specified reliability of these systems, based on the use of direct methods of optimal control under conditions of dynamic loading at the development stage. For a stable solution of this problem, a direct modified gradient method of accelerated descent is proposed, which combines the method of steepest descent using the accelerated search method. This method, unlike the existing gradient methods, allows to significantly reduce the number of ground CTS tests and their cost by using the accelerated search method, while maintaining the required accuracy of CTS parameter determination. In addition, by introducing regularization parameters, the stability of the solution of this problem increases.

Key words: reliability of complex technical systems; optimal control methods; ground tests; cost reduction; mathematical models of a sustainable solution.

Введение

Производство и эксплуатация высоконадежных мелкосерийных объектов сложных технических систем (СТС) на примере космической техники показывают необходимость предъявления требований к техническим характеристикам данной техники в соответствии с заданной надежностью уже на этапе разработки, затем эти характеристики проектируемых бортовых систем (БС) космических аппаратов (КА) обеспечивали заданный уровень надежности на этапе летных испытаний. При этом сокращаются как объемы заводских, так и летных испытаний. Как известно [1–5], задача управления надежностью сложных технических систем сводится к определению физико-механических или технических свойств БС при динамических условиях нагружения объекта.

Однако на этапе разработки космических комплексов, создаваемых в единственном экземпляре, когда полностью отсутствуют данные для априорного статистического анализа состояния процесса функционирования БС КА, невозможно точно определить требования к техническим характеристикам БС КА и спрогнозировать все действующие на системы КА нештатные ситуации (дестабилизирующие факторы или нагрузки). Кроме того, важность и актуальность данной задачи заключается в практической невозможности проведения всего комплекса испытаний сложных БС с целью сбора необходимой информации, без которой в то же время невозможно и само проектирование, что в конечном счете приводит к значительному увеличению количества наземных испытаний и их стоимости.

Данная задача связана с некорректностью постановки прямых задач оптимизации систем управления процессом функционирования состояния БС КА [6]. Если исходные данные известны приближенно, то упомянутая некорректность приводит к практической не единственности решения в рамках заданной точности и большим трудностям в выяснении смысла получаемого приближенного решения, что в целом значительно снижает устойчивость решения данной задачи. Поэтому для предъявления необходимых требований к техническим характеристикам сложных технических систем в соответствии с заданной надежностью космической техники на этапе разработки требуется большое количество наземных испытаний, что приводит к значительным материальным и финансовым затратам.

При этом обобщающей характеристикой физико-механических или технических свойств данных систем является сопротивляемость [1, 3], т.е. наибольшее значение внешнего воздействия, которое объект может выдерживать за неограниченное время и превышение которого приводит к отказу бортовой системы. Как известно [1–5], сопротивляемость является случайной величиной, т.е. она характеризуется некоторым законом распределения вероятности значений результатов внешних воздействий, и в целом определяет состояние процесса функционирования БС КА.

Таким образом, на этапе разработки для определения состояния процесса функционирования БС КА возникает проблема выбора требуемых (наилучших) характеристик проектируемой бортовой системы в соответствии с заданной надежностью на основе оптимального закона изменения характеристик этих БС с течением времени при отсутствии точных значений исходных параметров с минимальными затратами. Для решения такой проблемы предлагается математический алгоритм решения задачи оптимального управления надежностью бортовых систем в условиях динамического нагружения на основе проведения оптимизации наземных испытаний прямым методом ускоренного спуска.

Анализ существующих решений задачи оптимального управления в условиях неопределенности

Существующие подходы, развитые в теории оптимального управления, содержат в себе основные достижения классического вариационного исчисления [7], принципа максимума Л. С. Понтрягина [8], метода динамического программирования на основе решения уравнения Беллмана для непрерывных детерминированных систем [9, 10], градиентных методов оптимизации [13, 15], методов оптимизации нелинейных случайных процессов [11] и т.д. Наряду с теоретическими исследованиями известно большое количество работ, посвященных численным методам решения задач оптимального управления [11].

Исследования, направленные на разработку новых вычислительных методов решения задач оптимального управления [10, 11], продолжаются и в основном направлены на решение задачи оптимизации для серийно выпускаемых космических комплексов. Однако во многих практических применениях не всегда удается решить задачу оптимизации численно в явном виде, особенно для целевой функции большого количества переменных.

Кроме того, как было отмечено ранее, данные задачи являются некорректно поставленными [4]. Как правило, существующие подходы по определению требуемых параметров проектируемой бортовой системы основаны на определении состояния БС в виде функции распределения сопротивляемости, которая представляет собой исчерпывающую характеристику допустимого предела величин внешнего воздействия, приводящего устройство к отказу при заданной надежности данной системы.

В этом случае, как известно из теории надежности [1–5], в качестве оценки эффективности работы БС КА используется показатель надежности, определяемый уравнениями связи между характеристиками, полученными в результате комплекса испытаний, и показателями надежности, полученными методом их косвенного измерения. Фактически результаты косвенного измерения представляют собой математическую модель задачи управления надежностью при отсутствии старения исследуемого объекта.

Существующие методы определения параметров сложных технических систем (СТС) при оценке эффективности их работы используют в качестве исходных данных заданные значения функции надежности $R_{\hat{n}}(n)$ СТС и функции $F_{\hat{u}}(x)$ распределения наибольших значений внешнего воздействия $\hat{u}$. Из теории надежности [1–3] известно, что надежность системы СТС как вероятность безотказной работы системы в виде функции надежности $R(\hat{n} > n)$ за время $t = n\Delta\tau$ системы по p заданным управляемым параметрам СТС, при условии, что отклонение выходного параметра системы ΔL не превысит допусков $\Delta L_{\text{доп}}$, определяется следующим выражением:

$$R(\hat{n} > n) = \prod_{i=1}^{p} \sum_{l=1}^{m} [F_{\hat{u}}(X)]^{n} \times \partial F_{\hat{x}}(X)\,, \qquad (1)$$

где $F_{\hat{u}}(X)$ – условная функция распределения внешнего воздействия относительно гипотезы о том, что предельное (допустимое) значение воздействия принадлежит элементарному отрезку $x_i < \hat{x}_i < x_i + \Delta x$; $\hat{x}_i$ – случайная величина предельных значений управляемого параметра, необратимые изменения которой в процессе испытаний не учитываются; $\hat{u}$ – случайная величина нагрузки; $\hat{n}$ – случайная дискретная величина, равная числу испытаний (оценивается как дискретное время) до отказа; $\Delta\tau$ – интервал корреляции; $\partial F_{x}(X) = \varphi(\hat{x}) \times \Delta x$ – функция распределения предельных значений управляемого параметра, обоснования и исчерпывающая характеристика допустимого предела величин внешнего воздействия, приводящего устройство к отказу; $\varphi_{\hat{x}}(\hat{x}_i)$ – плотность функции распределения случайной величины $\hat{x}$ управляемого параметра $\hat{x}_i$; Δx – длина интервала разбиения предельного значения управляемого параметра $\hat{x}_i$; m – число интервалов разбиений предельного значения управляемого параметра $\hat{x}_i$.

Для 1-го параметра выражение (1) согласно [1, 2, 10] преобразуется в выражение

$$R_{\hat{n}}(n) = \sum_{l=1}^{m} \left[F_{\hat{u}}(x)\right]^{n} \times \partial F(X). \qquad (2)$$

Вычислительный алгоритм решения задачи управления надежностью для одного параметра включает следующие этапы:

1. Определение плотности распределения $\varphi_{\hat{x}}(\hat{x})$ *значений управляемого параметра по формуле (2).* Для этого значения управляемого параметра $\hat{x}_i$ разбиваются на l = 1, 2, m интервалов, для которых минимальный интервал времени (корреляции) $\Delta\tau_{\text{кор}}$ означает, что значения максимумов случайной функции нагрузок, разделенные любым большим интервалом, можно считать практически некоррелированными.

2. Представление уравнения (2) в виде компактной матричной формы.

$$A \cdot \varphi = r, \qquad (3)$$

где вектор $\varphi = \partial F_{\hat{X}}(X)$; A – оператор или переходная функция, $A = \left[F_{\hat{U}}(X) \right]^n$; φ – плотность распределения значений параметра, т.е. векторная функция, подлежащая определению; $r \in R_{\hat{n}}(n)$ – левая часть уравнения (2), т.е. векторная функция надежности.

3. Решение системы линейных алгебраических уравнений вида (3) методом Зейделя.

Алгоритм решения задачи управления надежностью с помощью выражения (3) согласно работе [8] имеет следующий вид:

$$\varphi_k^{n+1} = D^{-1} \cdot B \cdot \varphi^n \cdot \alpha_k + D^{-1} \cdot C, \;\; k = 1, ..., n, \qquad (4)$$

где φ_k^{n+1} – искомый вектор приближения на текущем $(n+1)$-м шаге итерации; φ^n – то же, на предыдущем шаге итерации;

$D = \begin{vmatrix} \Phi_{11} & 0 & 0 & ....0 \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & 0 & ...0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & ...\cdot \\ \Phi_{m1} & \Phi_{m2} & \Phi_{m3} & ...\Phi_{mm} \end{vmatrix}$ – нижняя треугольная матрица;

$A = -\begin{vmatrix} 0 & \Phi_{12} & \Phi_{13} & ...\Phi_{1m} \\ 0 & 0 & \Phi_{23} & ...\Phi_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & ...0 \end{vmatrix}$ – верхняя треугольная матрица;

$\Phi = A^T \cdot A$; $\alpha_к$ – коэффициент стабильности; $C = A^T \cdot r$, где A^T – транспортирования матрица оператора A.

Оптимальность полученного решения оценивается по критерию минимума эвклидовой нормы отклонения площади под графиком зависимости φ_{kl} от эталонного значения φ_l^*, которое в нашем рассмотрении принято как плотность функции распределения проектного значения сопротивляемости. Величина этого отклонения (текущая погрешность) ε_k определяется по следующей формуле:

$$\varepsilon_k = \frac{\sqrt{\sum_{l=1}^{m} \left(\varphi_l^* - \varphi_{kl} \right)^2 \cdot \Delta x}}{\sqrt{\sum_{l=1}^{m} \varphi_l^{*2} \cdot \Delta x}}; \qquad (5)$$

где $\varphi_l^*(\hat{x})$ – эталонные значения плотности функции распределения проектного значения управляемых параметров, которые подчиняется согласно работе [12] нормальному закону при условии, что нагрузка согласно теории надежности, действующая на объект управления, подчиняется экстремальному закону распределения вероятности; $l = 1, 2, ..., m$; $k = 1, 2, ..., n$; Δx – длина интервала разбиения предельного значения управляемого параметра; n – число испытаний (дискретное время); m – число интервалов разбиений предельного значения управляемого параметра $\hat{x}_i$; $\phi_{kl}(\hat{x})$ –текущие значения кривой плотности распределения управляемого параметра системы на l = 1, 2, …, m-м интервале разбиения параметра $\hat{x}_i$, получаемые в результате решения задачи по формуле (4).

Недостатком такого решения является значительное увеличение количества итераций (испытаний), необходимого для определения функции текущей плотности распределения сопротивляемости φ_{kl}, полученной в результате решения уравнения (4), что в целом снижает оперативность вычислительного процесса. А это в свою очередь приводит к значительному увеличению материальных (финансовых) и вычислительных ресурсов, что в конечном счете к снижению точности оценки искомой плотности функции распределения СТС φ_k^n для уравнения (4).

Известен ряд механизмов повышения адекватности и оперативности управления производственно-техническими системами в условиях неопределенности. Назовем три из них, наиболее применимые для решения нашей проблемы.

Широкое применение получили аналитические методы, формирующие управление с использованием сочетания оперативных решений, принимаемых на основе анализа сочетания показателей текущей производственной ситуации, и статистического анализа ретроспективных данных [10]. Для информационной поддержки принятия таких решений проводится анализ производственного опыта управления, предшествовавшего текущей ситуации, и перенесение полученных результатов на прогнозируемый сценарий.

Использование методов интеллектуального анализа данных позволяет выявлять скрытые закономерности и прогнозировать поведение исследуемой системы. Однако задачи прогнозирования связаны с большими затратами временных, финансовых и человеческих ресурсов. Кроме того, без формализации характеристики возникающих ситуаций прогноз может стать основой для принятия неэффективных решений.

Другим подходом является анализ известных прецедентов. В этом случае воздействия адаптируются к ситуации на основании распознавания состояний объекта управления, и точность принимаемых решений повышается за счет применения механизма логического вывода (CASE – Based Reasoning) [13]. Данный подход позволяет уменьшить риск принятия решений с помощью построения функции последствий от принятых решений. Однако построение упреждающих моделей поведения в неопределенных ситуациях связано с большой трудоемкостью создания базы знаний, формализующей обобщенный опыт специалистов для конкретной предметной области.

Третий подход основан на поиске решений с применением модели ситуационного управления [12, 13]. В этом случае все предсказуемые и непредсказуемые ситуации классифицируются в пространстве признаков, сложные ситуации декомпозируются на множества ситуаций, имеющих одношаговые решения, и производится выбор оптимального решения. Подход связывает конкретные способы управления с определенными ситуациями для наиболее эффективного достижения целей бизнес-процесса [11].

В целом известные подходы к построению систем оптимального управления показывают, что их эффективность во многом зависит от особенностей возникающих ситуаций и характера информационных воздействий, что в целом создает большие вычислительные трудности при решении задач оптимального управления в условиях неопределенности.

Построение математической модели для устойчивого решения задачи оптимального управления надежностью СТС

В отличие от существующих подходов задачу управления надежностью предлагается решать на основе применения прямых методов оптимального управления, что существенно позволит сократить объемы наземных испытаний и повысить точность определения требований к техническим характеристикам БС КА на этапе проектирования и при проведении наземных испытаний.

Для получения оптимального количества итераций $n_{\text{орт}}$ и оптимального значения проектного значения плотности распределения сопротивляемости φ_{α}^{n} по формуле (5) введем целевой функционал. Данный функционал вводится согласно работам [1, 2, 4, 5] из уравнений связи между характеристиками комплекса испытаний и показателями надежности в виде

$$P_{\hat{n}}(n) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_{\hat{u}}^{n-1}(x) R_{\hat{u}}(x) dF_{\hat{x}}(x), \tag{6}$$

где $R_u(x)$ – функция надежности в виде $R_{\hat{u}}\left(x\right) = 1 - F_{\hat{u}}\left(x\right)$.

Запишем выражение (6) в следующей форме:

$$P_{\hat{n}}(n) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} F_{\hat{u}}^{n-1}(x)(1 - F_{\hat{u}}(x)) \varphi_{\hat{x}}\left(x\right) dx. \tag{7}$$

Выражение (7) кратко записывается в операторном виде

$$P_{\hat{n}}\left(n\right) = L\varphi_{\hat{x}}\left(x\right), \tag{8}$$

где L – интегральный оператор в матричном виде.

Выражение (6) теперь можно записать по аналогии с выражением (2) в виде

$$P_{\hat{n}}(n)=\sum_{k=1}^{m}\left[F_{\hat{u}}^{n-1}(x)(1-F_{\hat{u}}(x))\right]\cdot\varphi(x)\cdot\Delta x, \tag{9}$$

Выражение (2) записывается в операторном виде: $R_{\bar{n}}(n)=B\phi_{\bar{x}}(x)$.

Таким образом, обобщенная устойчивая математическая модель прямой задачи оптимизации управления надежностью записывается

$$J(n_{\text{опт}})=P_n(n_{\text{опт}})=L\phi_x(\hat{x})=\sum_{k=1}^{m}[F_{\hat{u}}^{n-1}(\hat{x})(1-F_{\hat{u}}(\hat{x}))]\cdot\partial F(\hat{x})\to\min \tag{10}$$

при следующих ограничениях:

$$B\varphi_{\bar{x}}(\hat{x})=R(n_{\text{опт}})=\sum_{k=1}^{m}[F_{\hat{u}}(\hat{x})]^n\cdot\partial F(\hat{x});$$

$$\left[n_{\bar{x}}(\hat{x})\right]=\frac{t}{\Delta\tau}=1,2,3,...,n_{\text{опт}};$$

$$\partial F_x(X)=\varphi(\hat{x})\cdot\partial x;$$

$$t_0\le t\le T;$$

$$\Delta\tau>0;$$

$$\hat{x}(t_0)=\hat{x}_0;$$

$$\hat{x}(t_1)=\hat{x}_1,$$

где $J\left[n_{\text{опт}}(\hat{x})\right]$ – целевой функционал требуемой вероятности отказа имеет вид выражения (1); $n(\hat{x})=\{n_1,...,n_n\}$ – вектор-функция управления с целевым функционалом $J\left[n_{\text{опт}}(\hat{x})\right]$ и управляющими функциями $n(\hat{x})$ в виде плотности распределения $\varphi_{\bar{x}}(\hat{x})$; $x(t)=\{\hat{x}_1,\hat{x}_2,...,\hat{x}_m\}$ – вектор-функция состояния объекта в виде k-х интервалов Δx разбиений предельного значения управляемого параметра x, где $k=1,2,\ldots,m$ управляемого параметра $\hat{x}_i$; B и L соответственно интегральные операторы для уравнений целевого функционала и уравнения ограничений для заданной надежности; $J\left[n_{\text{опт}}(\hat{x})\right]$ – вероятность отказа в $n(x_1,...,x_m)$-й итерации; $\Delta\tau$ – период корреляции стационарного случайного процесса; n – число испытаний СТС (число итераций); $R(n_{\text{опт}})$ – заданная функция надежности СТС; $F_{\bar{u}}^{n}(\hat{x})$ – известная функция распределения наибольшего значения нагрузки после n испытаний; $F_{\bar{u}}(\hat{x})$ – известная функция распределения наибольшего значения нагрузки после одного испытания; $\varphi_{\bar{x}}(\hat{x})$ – плотность распределения случайной величины $\widehat{x}$, которая является результатом решения модели; $\hat{x}$ – случайная величина сопротивляемости, необратимые изменения которой в процессе испытаний не учитываются; $\varphi_{\bar{x}}(x)$ – плотность функции распределения случайной величины $\widehat{x}$, которая является результатом решения уравнения (10).

В такой интерпретации решение задачи управления надежностью сводится к определению оптимального количества итераций $n_{\text{опт}}(\hat{x}_1,...,\hat{x}_m)$, при которых функционал $J\left[n_{\text{опт}}(\hat{x})\right]$ в модели (10) или вероятность отказа СТС $P(n_{\text{опт}})$ достигают минимальных значений для заданной надежности $R(n_{\text{опт}})$.

Для определения оптимального управления $n_{\text{опт}}(x_1,...,x_m)$, особенно когда ставится задача определения требуемых технических характеристик разрабатываемых систем, используются методы прямой минимизации функционала $J\left[n_{\text{опт}}(\hat{x})\right]$ (прямые методы оптимального управления).

Для нахождения требуемого (минимального) функционала $J\left[n_{\text{опт}}(\hat{x})\right]$ используют, как правило, градиентные методы [13, 15]. Однако данные методы обладают существенными недостатками: это большое количество итераций, что приводит к значительным затратам, а также низкая устойчивость вычислительного процесса.

Прямой модифицированный градиентный метод оптимального управления

Для решения полученной задачи оптимального управления надежностью в отличие от существующих градиентных методов минимизации функционала в статье предлагается прямой метод ускоренного спуска. Данный метод для решения задачи минимизации функционала $J\left[n_{\text{опт}}(x)\right]$ в математической модели (10) предусматривает метод, сочетающий в себе метод наискорейшего спуска с использованием метода ускоренного перебора [16, 17].

В дальнейших расчетах решение задачи минимизации функционала $J\left[n_{\hat{x}}(\hat{x})\right]$ модели (10) методом ускоренного спуска осуществляется по следующему алгоритму.

Случайная величина $\hat{x}$ заменяется значением плотности распределения $\varphi_{\hat{x}}(x)$.

Согласно работам [8, 12], функция распределения проектного значения плотности распределения сопротивляемости φ_l^*, определяемая выражением (5), должна подчиняться нормальному закону распределения при условии, что функция распределения наибольшего значения нагрузки после n испытаний ($F_u^n(x)$) известна и определяется

$$F_u^n(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\beta\left(x-\mu+\frac{\ln n}{\beta}\right)\right]\right\},$$

где μ и β – параметры распределения.

Градиент целевого функционала $\nabla J\left[n_{\text{опт}}(x)\right]$ в общем виде определяется по формуле

$$\nabla\left\{J\left[n(\varphi_1,...,\varphi_m)\right]\right\} = \left(\frac{J\left[n(\varphi_1+\Delta\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_m)\right]-J\left[n(\varphi_1,...,\varphi_m)\right]}{\Delta\varphi_1}\right),...$$
$$...,\left(\frac{J\left[n(\varphi_1,...,\varphi_m+\Delta\varphi_m)\right]-J\left[n\left(\varphi_1,...,\varphi_m\right)\right]}{\Delta\varphi_m}\right). \tag{11}$$

Необходимым условием минимизации целевого функционала $J\left[n_{\text{опт}}(\hat{x})\right]$ является $\nabla\left\{J\left[n(\varphi_1,...,\varphi_m)\right]\right\}=0,$ т.е. все частные производные

$$\frac{J[n(\varphi_1+\Delta\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_m)]-J[n(\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3,...,\varphi_m)}{\Delta\varphi_1}=0,\ ...,\ \frac{J\left[n\left(\varphi_1,...,\varphi_m+\Delta\varphi_m\right)\right]-J\left[n\left(\varphi_1,...,\varphi_m\right)\right]}{\Delta\varphi_m}=0.$$

Достаточное условие, как правило, входит в исходную информацию, для которой вторые частные производные функции $J\left[n_{\hat{x}}(\varphi_1,...,\varphi_m)\right]$ должны быть положительными.

Вся итерационная последовательность $n_i\left(\varphi_1,...,\varphi_m\right)$ строится в два этапа.

Первый этап. Методом ускоренного перебора определяются первичные элементы $n_{1i}(\varphi_{11},...,\varphi_{1m})$ $1i$-й итерационной последовательности для плотности распределения сопротивляемости $\varphi_{1\alpha}^n$, согласно модели (10). В основе данного метода используется метод перебора согласно работе [13].

Для этого в отличие от этого метода методом ускоренного перебора определяется такая начальная итерация $n_x^0\left(x\right)$ из области решений метода наискорейшего спуска**,** при которой текущая погрешность ε_k при определении плотности распределения управляемого параметра φ_α^n будет равна минимальной погрешности $\varepsilon_{k_{\text{баз}_\text{мин}}}$.

Минимальная погрешность $\varepsilon_{k_{\text{баз}_{\text{мин}}}}$ задается Заказчиком.

Текущая погрешность ε_k определяется по формуле (5).

Процесс вычислений количества первичных элементов итерационной последовательности $n_{1i}(\varphi_{11}, ..., \varphi_{1m})$ для данного этапа определяется согласно [13] условием

$$\varepsilon_{к} \le \varepsilon_{\text{баз}_{\text{мин}}}. \qquad (12)$$

Момент окончания вычислений метода ускоренного перебора фиксируется номером итерационной последовательности $n_{1i}(\varphi_{11}, ..., \varphi_{1m})$, при котором погрешность плотности функции распределения СТС φ_{α}^{n} определяется условием

$$\varepsilon_{\text{к}} \ge \varepsilon_{\text{баз}_{\text{мин}}} \qquad (13)$$

Второй этап. Методом наискорейшего спуска определяются элементы $n_{2i}(\varphi_{21}, ..., \varphi_{2m})$ $2i$-й итерационной последовательности по следующему алгоритму: задаются начальные значения плотности распределения сопротивляемости из области решений метода наискорейшего спуска для начальной итерации $n_{2i}(\varphi_{21}, ..., \varphi_{2m})$, которая является исходной точкой итерационной последовательности $\{n_{2i}, ..., n_{2n}\}$ итераций и совпадает с моментом окончания метода ускоренного перебора (условие (13) для 1-го этапа).

Обозначим начальную итерацию данного метода как $n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0})$.

В определяемый градиент в общем виде $J\left[n_{\hat{x}}(\hat{x})\right]$ по формуле (11) подставляем координаты начальной итерации $n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0})$.

Определяем градиент $\nabla J_1[n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0})]$;

$$\nabla\left\{J_1\left[n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0})\right]\right\} = \left\{\frac{J\left[n_{21}\left(\varphi_{21_0} + \Delta\varphi_1, ..., \varphi_{2m_0}\right)\right] - J\left[n_{21}\left(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0}\right)\right]}{\Delta\varphi_1}\right\}, ...$$

$$..., \left\{\frac{J\left[n_{21}\left(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0} + \Delta\varphi_m\right)\right], ..., J\left[n_{21}\left(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0}\right)\right]}{\Delta\varphi_m}\right\}. \qquad (14)$$

Для повышения устойчивости вычислений в формуле (14) введем вместо приращений $\Delta\varphi_1 ... \Delta\varphi_m$ параметры регуляризации $\eta_1 ... \eta_m$, которые задаются исходя из требуемой погрешности вычисления производных в формуле (14).

Тогда градиент $\nabla J_1\left[n_{21}\left(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0}\right)\right]$ определяется в виде частных производных

$$\nabla\left\{J_1\left[n_{21}\left(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0}\right)\right]\right\} = \left\{\frac{J\left[n_{21}\left(\varphi_{21_0} + \eta_1, ..., \varphi_{2m_0}\right)\right] - J\left[n_{21}\left(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0}\right)\right]}{\eta_1}\right\}, ...$$

$$..., \left\{\frac{J\left[n_{21}\left(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0} + \eta_m\right)\right] - J\left[n_{21}\left(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0}\right)\right]}{\eta_m}\right\}. \qquad (15)$$

Введем следующие обозначения

$$K_1 = \frac{J[n_{21}(\varphi_{21_0} + \eta_1, ..., \varphi_{2m_0})] - J[n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0})]}{\eta_1};$$

$$K_m = \frac{J[n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0} + \eta_m)] - J[n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0})]}{\eta_m}.$$

Тогда градиент $\nabla J_1[n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0})]$ определятся как

$$\nabla J_1\left[n_{21}\left(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0}\right)\right] = (K_1, ..., K_m). \quad (16)$$

Затем определяется следующая итерация $n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m})$ по формуле

$$n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m}) = n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0}) - h_1(K_1, ..., K_m), \quad (17)$$

где h_1 – длина шага данной итерации, которая определяется по следующему алгоритму.

Перепишем уравнение (17) с учетом выражения (16) и введенных обозначений в следующем виде:

$$n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m}) = n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0}) - h_1(K_1, ..., K_m) = [\varphi_{21_0} - h_1K_1], ..., [\varphi_{2m_0} - h_1K_m]. \quad (18)$$

Подставляя координаты точки $n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m})$ из уравнения (18) в уравнение (16), определяем градиент $\nabla J_2[n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m})]$ по формуле

$$\nabla\left\{J_2\left[n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m})\right]\right\} = \nabla\left\{J_2[\varphi_{21_0} - h_1K_1], ..., [\varphi_{21_0} - h_1K_m]\right\}. \quad (19)$$

Номера итерационной последовательности $n_{2i}(x_{2i}, ..., x_{2m})$ рассматриваются в виде ортогональных векторов согласно [13,14]. Тогда согласно свойству произведения ортогональных векторов составляется следующее уравнение:

$$n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0}) n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m}) = 0. \quad (20)$$

Подставляя координаты начальной итерации $n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0})$ и выражение (18) в формулу (20), получим

$$\begin{gathered} n_{21}(\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0}) n_{22}(\varphi_{22}, ..., \varphi_{2m}) = (\varphi_{21_0}, ..., \varphi_{2m_0})[(\varphi_{21_0} - h_1K_1); ... \\ ...; (\varphi_{2m_0} - h_1K_m) = \left(\varphi_{21_0}^2 - \varphi_{21_0} h_1 K_1 + ... + \varphi_{2m_0}^2 - \varphi_{2m_0} h_1 K_m\right) = 0. \end{gathered} \quad (21)$$

Из этого выражения определяем длину шага h_1 в виде

$$\varphi_{21_0}^2 + ... + \varphi_{2m_0}^2 = h_1(\varphi_{21_0}K_1 + ... + \varphi_{2m}K_m);$$

$$h_1 = \frac{\varphi_{21_0}^2 + ... + \varphi_{2m_0}^2}{\varphi_{21_0}K_1 + ... + \varphi_{2m_0}K_m} \quad (22)$$

Подставляя выражение (22) в формулу (19), вычисляется градиент $\nabla J_2[n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m})]$ по формуле

$$\begin{gathered} \nabla\left\{J_2\left[n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m})\right]\right\} = \nabla\left\{J_2\left[\left\{\varphi_{21_0} - h_1K_1\right\}, ..., \left\{\varphi_{2m_0} - h_1K_m\right\}\right]\right\} = \\ = \nabla\left\{J_2\left[\left\{\varphi_{21_0} - \frac{\varphi_{21_0}^2 + ... + \varphi_{2m_0}^2}{\varphi_{21_0}K_1 + ... + \varphi_{2m_0}K_m}K_1\right\}, ..., \left\{\varphi_{2m_0} - \frac{\varphi_{21_0}^2 + ... + \varphi_{2m_0}^2}{\varphi_{21_0}K_1 + ... + \varphi_{2m_0}K_m}K_m\right\}\right]\right\}. \end{gathered} \quad (23)$$

Введем следующие обозначения

$$\Pi_1 = \varphi_{21_0} - \frac{\varphi_{21_0}^2 + ... + \varphi_{2m_0}^2}{\varphi_{21_0}K_1 + ... + \varphi_{2m_0}K_m}K_1;$$

$$\Pi_m = \varphi_{2m_0} - \frac{\varphi_{21_0}^2 + ... + \varphi_{2m_0}^2}{\varphi_{21_0}K_1 + ... + \varphi_{2m_0}K_m} K_m .$$

Тогда градиент $\nabla J_2[n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m})]$ вычисляется в виде

$$\nabla J_2[n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m})] = \nabla J_2(\Pi_1, ..., \Pi_m) = (L_1, ..., L_m) \quad (24)$$

и приравнивается 0.

$L_1, ..., L_m$ – частные производные градиента $\Delta J_2\left[n_{22}\left(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m}\right)\right]$ по $\varphi_1 ... \varphi_m$, которые вычисляются по аналогии с расчетом (16).

Для сокращения вычислений градиента $\nabla J_2[n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m})]$ будем полагать, что $\nabla J_2[n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m})] = 0$ при условии, что все $\Pi_k = 0$.

Если градиент $\nabla J_2[n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{22_m})] \neq 0$, то выполняется следующая итерация $n_{23}(\varphi_{23_1}, ..., \varphi_{23_m})$ по формуле

$$n_{23}(\varphi_{23_1}, ..., \varphi_{23_m}) = n_{22}(\varphi_{22_1}, ..., \varphi_{21_m}) - h_2 \nabla J_2\left(\Pi_1, ..., \Pi_m\right). \quad (25)$$

Длина шага h_2 для уравнения (25) находится аналогично по ранее рассмотренному алгоритму.

Затем вычисляется градиент $\nabla J_3[n_{23}(\varphi_{23_1}, ..., \varphi_{23_m})]$ по аналогии с расчетом (23).

Если градиент $\nabla J_3[n_{23}(\varphi_{23_1}, ..., \varphi_{23_m})] \neq 0$, то итерационный процесс вычислений элементов минимизируемой последовательности $\{n_{21}, ..., n_{2n}\}$ итераций продолжается до тех пор, пока не будет выполняться условие минимизации $J_i\left[n_{\tilde{x}}(\varphi_{2i_1}, ..., \varphi_{2i_m})\right]$, при котором градиент $\nabla J_i(n_{2n(\text{опт})}(\varphi_{2i_1}, ..., \varphi_{2i_m})] = 0$. В этом случае количество итераций $n_{\text{опт}}\left(\varphi_{21\text{опт}}, ..., \varphi_{2m\text{опт}}\right)$ будет оптимальным или минимальным.

Математический результат подтверждается числовым примером решения 2-мерной задачи двумя методами: методом Зейделя для уравнения (4) и методом ускоренного спуска для модели (10).

Пусть имеется задача: определить оптимальные значения плотности распределения сопротивляемости $\varphi_{kl}^{\bullet}(x)$ при заданной надежности $R(n_{\text{опт}}) = r$ СТС для следующих условий:

1. Решить систему уравнений (2б) для 2-мерной задачи методом Зейделя по формуле (4)

$$\begin{vmatrix} 10\varphi_1 + \varphi_2 \le 12 \\ 3\varphi_1 + 5\varphi_2 \le 13 \end{vmatrix}, \quad (26)$$

где $\varphi_1(x_1)$ – плотность распределения сопротивляемости СТС в момент времени t_1; $\varphi_2(x_2)$ – плотность распределения сопротивляемости СТС в момент времени t_2; $\alpha = 1$ – параметр регуляризации.

Начальная итерация $n^{(0)}(\varphi_1, \varphi_2)$ для системы уравнений (26) задается как $\varphi_1(x_1)$ = 1,2; $\varphi_2(x_1) = 0$.

Решение системы (26) с точностью $\varepsilon_{k_{\text{баз}_{\text{мин}}}}$ до четырех знаков приводится в табл. 1.

Таблица 1

$n(\varphi_1, \varphi_2)$	$\varphi_1(x_1)$	$\varphi_2(x_2)$
$n^{(0)}(\varphi_1, \varphi_2)$	1,2	0
$n^{(1)}(\varphi_1, \varphi_2)$	1,2	1,88
$n^{(2)}(\varphi_1, \varphi_2)$	1,012	1,9928
$n^{(3)}(\varphi_1, \varphi_2)$	1,00072	1,999568
$n^{(4)}(\varphi_1, \varphi_2)$	1,00001	1,99991

Из табл. 1 видно, что решение системы достигается 4-й итерацией $n^{(4)}(\varphi_1, \varphi_2)$, при этом соответственно $\varphi_1(x_2)$ = 1,00001; $\varphi_2(x_2)$ = 1,99991.

2. Решить систему уравнений (26) методом ускоренного спуска для модели (10).

Условие задачи. Определить такие значения плотности распределения сопротивляемости $\varphi^{\bullet}_{kl}(x)$, при которых при заданной надежности СТС обеспечивается минимальная вероятность отказа СТС.

Для решения данной задачи вводится целевой функционал для вероятности отказа $J\left[n_{\tilde{x}}(x)\right] = P(n)$ и составляется модель оптимального управления для системы уравнений (26) на основе модели (10)

$$J(n_{\text{опт}}) = P(n) = 0,2 + (\varphi_1 - 1)^2 + (\varphi_2 - 2)^2 \to \min. \quad (27)$$

При следующих ограничениях:

$$\left|\begin{matrix} 10\varphi_1 + \varphi_2 \le 12 \\ 3\varphi_1 + 5\varphi_2 \le 13 \end{matrix}\right|.$$

Начальная итерация для данной задачи $n^{(0)}(\varphi_1, \varphi_2)$ определяется методом ускоренного перебора $\varphi_1(x_1) = 1,2;\ \ \varphi_2(x_2) = 1,88$, исходя из условия (12) и заданной минимальной погрешности $\varepsilon_{k_{\text{баз}_{\text{мин}}}}$ до четырех знаков. Для этого случая текущая погрешность ε_k определяется по формуле (5). Соответственно, текущая плотность функции распределения управляемого параметра $\varphi_{kl}(\hat{x})$ системы уравнений (26) определяется по формуле (4) методом Зейделя.

Затем методом наискорейшего спуска находится градиент $\nabla J(n_{\text{опт}})$ по формуле (11) по частным производным уравнения (26) по φ_1 и φ_2 и приравнивается 0. Далее определяются φ_1 и φ_2, при которых градиент целевого функционала $J(n_{\text{опт}})$ равен 0.

Решение данной системы с точностью до четырех знаков приводится в табл. 2.

Таблица 2

$n(\varphi_1, \varphi_2)$	$\varphi_1(x_1)$	$\varphi_1(x_1)$
$n^{(0)}(\varphi_1, \varphi_2)$	1,2	1,88
$n^{(1)}(\varphi_1, \varphi_2)$	1,0008	1,99952
$n^{(2)}(\varphi_1, \varphi_2)$	1,00001	1,99991

Из таблицы видно, решение уравнения (26) достигается 2-й итерацией $n^{(2)}(\varphi_1, \varphi_2)$, при этом соответственно $\varphi_1(x_2)$ = 1,00001, $\varphi_2(x_2)$ = 1,99991.

Таким образом, метод ускоренного спуска дает выигрыш по сравнения с методом Зейделя примерно в 2 раза по количеству итераций.

Данный метод в отличие от существующих градиентных методов позволяет существенно снизить количество итераций $n^{(2)}(\varphi_1, \varphi_2)$ решения задачи оптимального управления надежностью СТС за счет использования метода ускоренного перебора.

Кроме того, за счет введения параметров регуляризации повышается устойчивость решения данной задачи.

Заключение

1. Построен обобщенный вариант математической модели устойчивого решения прямой задачи оптимального управления для определения требований к техническим характеристикам СТС в условиях динамического нагружения при проведении наземных испытаний на этапе разработки. Данная модель позволяет ввести оптимальность в управление надежностью и в определение количества наземных испытаний СТС.

2. Предложенный метод ускоренного спуска при решении прямой задачи оптимального управления СТС позволяет:

– повысить оперативность принятия решения по управлению, что в целом значительно снизит количество наземных испытаний СТС и в конечном счете приведет к уменьшению их стоимости;

– повысить устойчивость решения прямой задачи оптимального управления СТС на этапе проведения наземных испытаний.

Библиографический список

1. *Дедков, В. К.* Новый подход к решению обратной задачи надежности / В. К. Дедков, Д. А. Масоди // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2007. – Т. 1. – С. 186–188.
2. *Дедков, В. К.* Функциональная надежность малосерийных технических устройств / В. К. Дедков, Н. А. Северцев, С. Куюнджич // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2000. – С. 23–24.
3. *Дедков, В. К.* Метод оптимального управления техническим состоянием бортовых систем космического аппарата на основе решения обратных задач/ В. К. Дедков, В. Д. Бабишин, М. А. Дорошенко // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2011. – Т. 1. – С. 292–294.
4. *Дивеев, А. И.* Эффективный алгоритм для синтеза структуры системы автоматического управления / А. И. Дивеев, Н. А. Северцев, Е. А. Софонова // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2007. – Т. 1. – С. 20–23.
5. *Северцев, Н. А.* Системный анализ и моделирование безопасности / Н. А. Северцев, В. К. Дедков. – М. : Высш. шк., 2006. – 186 с.
6. *Тихонов, А. Н.* Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М. : Наука, 1986. – 257 с.
7. *Андреева, Е. А.* Вариационное исчисление и методы оптимизации / Е. А. Андреева, В. М. Цирулева. – М. : Высш. шк., 2006. – 169 с.
8. Математическая теория оптимальных процессов : учебник / под ред. Л. С. Понтрягина. – М. : Физматгиз, 1976. – 184 с.
9. *Беллман, Р.* Динамическое программирование / Р. Беллман. – М. : Мир, 1960. – 183 с.
10. Пат. 2475828 РФ. Устройство формирования управляющих воздействий для обеспечения устойчивой работы сложных технических систем / А. А. Бурба, В. Д. Бабишин, А. Н. Давыдов, В. К. Дедков, М. А. Дорошенко ; зарег. 20.02.2013.
11. *Трахтенгерц, Э. А.* Современные компьютерные технологии управления информационно-аналитической деятельностью / Э. А. Трахтенгерц, Е. Л. Иванилов, Е. В. Юркевич. – М. : СИНТЕГ, 2007. – 254 с.
12. *Бурков, В. Н.* Модели и методы управления организационными системами / В. Н. Бурков, В. А. Ириков. – М. : Наука, 1994. – 172 с.
13. Системный анализ и принятие решений в деятельности учреждений реального сектора экономики, связи и транспорта : монография / М. А. Асланов, В. В. Кузнецов, Ю. Н. Макаров, А. А. Мальчевский, А. Ю. Шатраков ; под ред. В. В. Кузнецова. – М. : Экономика, 2010. – 406 с.
14. *Бабишин, В. Д.* Теоретические рекомендации по определению закона распределения технических характеристик сложных систем в условиях динамического нагружения / В. Д. Бабишин, В. В. Маклаков, М. А. Дорошенко // Двойные технологии. – 2013. – Вып. 4. – С. 24–28.
15. *Кремер, Н.* Исследование операций в экономике / Н. Кремер. – М. : ЮНИТИ, 2006. – 183 с.
16. *Бабишин, В. Д.* Модели и методы оперативной оценки надежности бортовых систем КА : монография / В. Д. Бабишин. – Riga, Latvia : Palmarium academic publishing, 2017. – 216 с.
17. Заявка 201714587 (№ 078522 от 26.12.2017) Устройство формирования оптимальных управляющих воздействий для обеспечения устойчивой работы сложных технических систем / В. Д. Бабишин, Н. С. Кулиш, Д. М. Кривопалов, Н. С. Кулиш, Е. В. Юркевич ; ФГУП ЦНИИмаш.

References

1. Dedkov V. K., Masodi D. A. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo* [Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality]. 2007, vol. 1, pp. 186–188.
2. Dedkov V. K., Severtsev N. A., Kuyundzhich S. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo* [Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality]. 2000, pp. 23–24.
3. Dedkov V. K., Babishin V. D., Doroshenko M. A. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo* [Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality]. 2011, vol. 1, pp. 292–294.
4. Diveev A. I., Severtsev N. A., Sofonova E. A. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo* [Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality]. 2007, vol. 1, pp. 20–23.

5. Severtsev N. A., Dedkov V. K. *Sistemnyy analiz i modelirovanie bezopasnosti* [System analysis and security modeling]. Moscow: Vyssh. shk., 2006, 186 p.
6. Tikhonov A. N., Arsenin V. Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for solving ill-posed problems]. Moscow: Nauka, 1986, 257 p.
7. Andreeva E. A., Tsiruleva V. M. *Variatsionnoe ischislenie i metody optimizatsii* [Variational calculus and optimization methods]. Moscow: Vyssh. shk., 2006, 169 p.
8. Pontryagin L. S. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov*: *uchebnik* [Mathematical theory of optimal processes: a textbook]. Moscow: Fizmatgiz, 1976, 184 p.
9. Bellman R. *Dinamicheskoe programmirovanie* [Dynamic programming]. Moscow: Mir, 1960, 183 p.
10. Burba A. A., Babishin V. D., Davydov A. N., Dedkov V. K., Doroshenko M. A. Pat. No. 2475828. *Ustroystvo formirovaniya upravlyayushchikh vozdeystviy dlya obespecheniya ustoychivoy raboty slozhnykh tekhnicheskikh sistem* [Device for control actions formation to ensure stable operation of complex technical systems]; publ. 20.02.2013.
11. Trakhtengerts E. A., Ivanilov E. L., Yurkevich E. V. *Sovremennye komp'yuternye tekhnologii upravleniya informatsionno-analiticheskoy deyatel'nost'yu* [Modern computer technologies of information-analytical activity management]. Moscow: SINTEG, 2007, 254 p.
12. Burkov V. N., Irikov V. A. *Modeli i metody upravleniya organizatsionnymi sistemami* [Models and methods of management of organizational systems]. Moscow: Nauka, 1994, 172 p.
13. Aslanov M. A., Kuznetsov V. V., Makarov Yu. N., Mal'chevskiy A. A., Shatrakov A. Yu. *Sistemnyy analiz i prinyatie resheniy v deyatel'nosti uchrezhdeniy real'nogo sektora ekonomiki, svyazi i transporta: monografiya* [System analysis and decision-making in the activities of institutions of the real sector of the economy, communications and transport: monograph]. Moscow: ZAO Izdatel'stvo «Ekonomika», 2010, 406 p.
14. Babishin V. D., Maklakov V. V., Doroshenko M. A. *Dvoynye tekhnologii* [Dual technology]. 2013, no. 4, pp. 24–28.
15. Kremer N. *Issledovanie operatsiy v ekonomike* [Study of operations in the economy]. Moscow: YuNITI, 2006, 183 p.
16. Babishin V. D. *Modeli i metody operativnoy otsenki nadezhnosti bortovykh sistem KA: monografiya* [Models and methods of operational reliability assessment of spacecraft onboard systems: monograph]. Palmarium academic publishing, 2017, 273 p.
17. Babishin V. D., Kulish N. S., Krivopalov D. M., Kulish N. S., Yurkevich E. V. Zayavka 201714587 (No 078522 ot 26.12.2017) *Ustroystvo formirovaniya optimal'nykh upravlyayushchikh vozdeystviy dlya obespecheniya ustoychivoy raboty slozhnykh tekhnicheskikh sistem* [The device of formation of optimal control actions to ensure stable operation of complex technical systems]. FGUP TsNIImash.

Волков Сергей Николаевич
доктор технических наук, профессор,
Научно-производственная корпорация
«Космические системы мониторинга,
информационно-управляющие
и электромеханические комплексы»
имени А. Г. Иосифьяна
(107078, Россия, г. Москва,
Хоромный тупик, 4)
E-mail: vniiem@vniiem.ru

Volkov Sergey Nikolaevich
doctor of technical sciences, professor,
Scientific production corporation
"Space monitoring system information control
and electromechanical complexes"
named after A. G. Iosifjana
(107078, 4 Horomnyj tupik, Moscow, Russia)

Бабишин Владимир Денисович
доктор технических наук,
старший научный сотрудник,
Научно-производственная корпорация
«Космические системы мониторинга,
информационно-управляющие
и электромеханические комплексы»
имени А. Г. Иосифьяна
(107078, Россия, г. Москва,
Хоромный тупик, 4)
E-mail: vniiem@vniiem.ru

Babishin Vladimir Denisovich
doctor of technical sciences, senior researcher,
Scientific production corporation
"Space monitoring system information control
and electromechanical complexes"
named after A. G. Iosifjana
(107078, 4 Horomnyj tupik, Moscow, Russia)

Кулиш Николай Семенович
кандидат технических наук,
старший научный сотрудник,
начальник отделения НТЦ-4,
Центральный научно-исследовательский институт машиностроения
(141070, Россия, г. Королев, ул. Пионерская, 4)
E-mail: info416@TSnimash.ru

Kulish Nikolay Semenovich
candidate of technical sciences, senior researcher,
head of department of SEC-4,
Central Scientific-Research Institute
of Mechanical Engineering
(141070, 4 Pionerskaya street, Korolev, Russia)

Юркевич Евгений Владимирович
доктор технических наук, профессор,
Научно-производственная корпорация
«Космические системы мониторинга,
информационно-управляющие
и электромеханические комплексы»
имени А. Г. Иосифьяна
(107078, Россия, г. Москва,
Хоромный тупик, 4)
E-mail: vniiem@vniiem.ru

Yurkevich Evgeniy Vladimirovich
doctor of technical sciences, professor,
Scientific production corporation
"Space monitoring system information control
and electromechanical complexes"
named after A. G. Iosifjana
(107078, 4 Horomnyj tupik, Moscow, Russia)

Кривопалов Дмитрий Михайлович
аспирант,
Институт проблем управления
имени В. А. Трапезникова РАН
(117997, Россия, г. Москва ул. Профсоюзная, 65)
E-mail: dan@ipu.ru

Krivopalov Dmitriy Mikhaylovich
postgraduate student,
Institute of management problems
named after V. A. Trapeznikov RAS
(117997, 65 Profsoyuznaya street, Moscow, Russia)

УДК 62.51.4

Прямой метод оптимального управления надежностью сложных технических систем на этапе разработки в условиях динамического нагружения / С. Н. Волков, В. Д. Бабишин, Н. С. Кулиш, Е. В. Юркевич, Д. М. Кривопалов // Надежность и качество сложных систем. – 2018. – № 4 (24). – С. 5–18. – DOI 10.21685/2307-4205-2018-4-1.